

2019年天津红桥区高三二模理科数学试卷

一、选择题

爱智康 (本大题共8小题, 每小题5分, 共40分)

1. 已知集合 $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | x^2 \leq 3\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.A. $\{0, 2\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ 2. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2y - x \geq 0 \\ 3x + 2y \geq 6 \\ x - 3y + 9 \geq 0 \\ x \leq 3 \end{cases}$, 则目标函数 $z = 2x - y$ 的最大值为 $(\quad)$.A. $\frac{15}{2}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{9}{4}$

D. 2

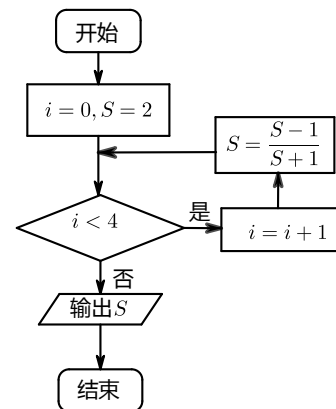
3. 已知 $a = 2^{1.2}$, $b = 2\log_5 2$, $c = \ln \frac{1}{3}$, 则 $(\quad)$.A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > a > c$ D. $b > c > a$ 4. 已知直线 l 和平面 α, β , 且 $l \subset \alpha$, 则 " $l \perp \beta$ " 是 " $\alpha \perp \beta$ " 的 $(\quad)$.

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. 如图所示的程序框图, 则输出的 S 值为 $(\quad)$.

A. 2

B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{2}$

D. -3

6. 已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3} \cos x \sin x + 2\cos^2 x$ ($x \in \mathbf{R}$), 则 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最小值为 $(\quad)$.

A. -3

B. -2

C. -1

D. 0

7. 已知点 A 是抛物线 $C_1: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 与双曲线 $C_2: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的一条渐近线的交点, 若点 A 到抛物线 C_1 的准线的距离为 p , 则双曲线的离心率为 $(\quad)$.A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$

D. 2

8.

已知点 O 是 $\triangle ABC$ 内部一点, 满足 $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} = m\overrightarrow{OC}$, $\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{4}{7}$, 则实数 m 为().

A. 2

B. -2

C. 4

D. -4

二、填空题

(本大题共6小题, 每小题5分, 共30分)

9. 若 i 为虚数单位, 复数 $\frac{1+2i}{-2+i}$ 的虚部是 _____ .

10. 一个正方体的表面积为24, 若一个球内切于该正方体, 则此球的体积是 _____ .

11. 极坐标系中, 曲线 $\theta = \frac{2\pi}{3}$ 与 $\rho = 6\sin\theta$ 的两个交点之间的距离为 _____ .

12. 从0, 1, 2, 3, 4, 5共6个数中任取三个组成的无重复数字的三位数, 其中能被5整除的三位数的个数为 _____ .

13. 设 a, b 是正实数, 且 $a+b=2$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{4}{b}$ 的最小值是 _____ .

14. 已知 $\frac{1}{3} \leq k < 1$, 函数 $f(x) = |2^x - 1| - k$ 的零点分别为 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 函数 $g(x) = |2^x - 1| - \frac{k}{2k+1}$ 的零点分别为 $x_3, x_4 (x_3 < x_4)$, 则 $(x_4 - x_3) + (x_2 - x_1)$ 的最小值是 _____ .

三、解答题

(本大题共6小题, 共80分)

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 已知 $\frac{a+b}{\sin C} = \frac{a-c}{\sin A - \sin B}$.

(1) 求角 B .

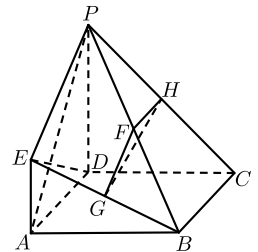
(2) 若 $b=3, \cos A = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

16. 袋中装着标有数字1, 2, 3, 4, 5的小球各2个, 从袋中任取3个小球, 每个小球被取出的可能性都相等, 用 ξ 表示取出的3个小球上的最大数字.

(1) 求取出的3个小球上的数字互不相同的概率.

(2) 求随机变量 ξ 的分布列和期望.

17. 如图, 四边形 $ABCD$ 是正方形, $EA \perp$ 平面 $ABCD$, $EA \parallel PD$, $AD = PD = 2EA = 2$, F, G, H 分别为 PB, EB, PC 的中点.



(1) 求证: $FG \parallel$ 平面 PED ;

(2) 求平面 $F'GH$ 与平面 PBC 所成锐二面角的大小;

(3) 在线段 PC 上是否存在一点 M , 使直线 FM 与直线 PA 所成的角为 60° ? 若存在, 求出线段 PM 的长; 若不存在, 请说明理由.

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公比大于1的等比数列($n \in \mathbf{N}^*$), $a_2 = 4$, 且 $1 + a_2$ 是 a_1 与 a_3 的等差中项.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 设 $b_n = \log_2 a_n$, S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 记 $T_n = \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} + \cdots + \frac{1}{S_n}$, 证明: $1 \leq T_n < 2$.

19. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 点 A 为椭圆的右顶点, 点 B 为椭圆的上顶点, 点 F 为椭圆的左焦点, 且 $\triangle FAB$ 的面积是 $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程.

(2) 设直线 $x = my + 1$ 与椭圆 C 交于 P, Q 两点, 点 P 关于 x 轴的对称点为 P_1 (P_1 与 Q 不重合), 则直线 P_1Q 与 x 轴交于点 H , 求 $\triangle PQH$ 面积的取值范围.

20. 已知函数 $f(x) = ax^2 - e^x (a \in \mathbf{R})$, $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导数 (e 为自然对数的底数).

(1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程.

(2) 若当 $x \geq 0$ 时, 不等式 $f(x) \leq -x - 1$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.